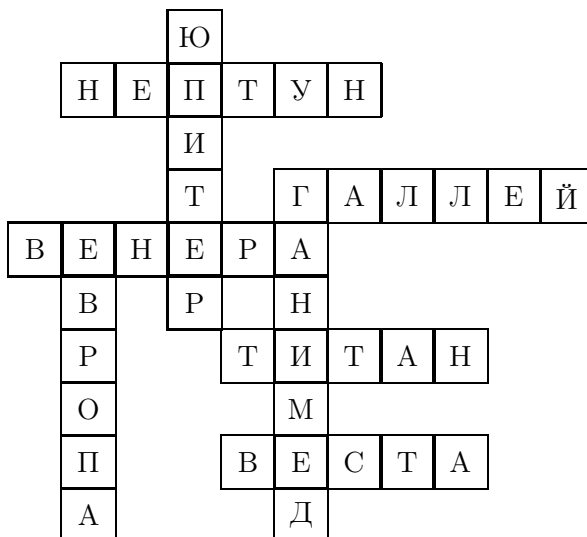


Решение.



Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждый правильно названный объект	1(8)

№ 2. «ИДЗ географической широты для незаходящей Луны»

Условие. Определите интервал допустимых значений (ИДЗ) для географической широты точек поверхности Земли, с которых уже, в принципе, можно непрерывно наблюдать Луну не менее 24 часов. Угловыми размерами видимого диска Луны и рефракцией света в расчетах следует пренебречь. При каких условиях возможно наблюдение данного феномена на пограничных широтах? В какие месяцы года это событие здесь можно наблюдать в фазе полнолуния?

Решение. Как известно, эклиптика составляется с небесным экватором угол $\varepsilon = 23^\circ 26'$. Наклонение орбиты Луны к плоскости эклиптики составляет угол $i_\zeta = 5^\circ 09'$. Следовательно склонение Луны может изменяться в пределах следующего интервала:

$$-(\varepsilon + i_\zeta) \leq \delta_\zeta \leq (\varepsilon + i_\zeta), \text{ где } -28^\circ 35' \leq \delta_\zeta \leq +28^\circ 35'. \quad (1)$$

Чтобы непрерывно наблюдать Луну не менее 24 часов необходимо, чтобы ее высота в нижней кульминации была не меньше нуля, в случае северного полушария имеем

$$h_\zeta = \varphi + \delta_\zeta - 90^\circ \geq 0, \Rightarrow \varphi \geq 90^\circ - \delta_\zeta = 61^\circ 25'. \quad (2)$$

Учитывая симметричное положение орбиты Луны относительно земного экватора, получаем следующий искомый ИДЗ:

$$-90^\circ \leq \varphi \leq -61^\circ 25' \cup 61^\circ 25' \leq \varphi \leq 90^\circ. \quad (3)$$

Наблюдение данного феномена возможно на пограничных широтах в случае, если Луна занимает одну из двух наиболее удаленных от эклиптики точек своей орбиты (располагаясь ближе, нежели эклиптика, к ближайшему полюсу мира), и при этом узлы ее орбиты совпадают с точками равноденствий.

Такое событие можно наблюдать на северной пограничной широте, в фазе полнолуния, если склонение Луны при этом составляет $+28^\circ 35'$, т.е. если последняя находится в окрестности точки летнего солнцестояния (E_S), а Солнце при этом – в окрестности точки зимнего солнцестояния, т.е. в декабре. Данное событие можно наблюдать на южной пограничной широте, в фазе полнолуния, если склонение Луны при этом составляет $-28^\circ 35'$, т.е. если последняя находится в окрестности точки зимнего солнцестояния (E_W), а Солнце при этом – в окрестности точки летнего солнцестояния, т.е. в июне.

Как известно, плоскость лунной орбиты прецессирует с периодом $P_\zeta = 18.6$ лет. Поэтому данное событие может повторяться не чаще чем через промежуток P_ζ .

Ответ: к задаче представляется интервалом (3); июнь, декабрь; узлы орбиты Луны должны быть расположены вблизи точек весеннего и осеннего равноденствий; повторяются не чаще чем через 18.6 лет.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Определен ИДЗ для географической широты точек поверхности Земли	4
Корректно определены условия взаимного расположения Луны, эклиптики, узлов орбиты и точек равноденствий+ определена периодичность таких событий	1+1
Определены месяцы года, в которые может быть реализовано такое событие на пограничных широтах в полнолуние	2

№ 3. «Необычная череда астрономических событий»

Условие. Один австралийский астроном-любитель, находящийся в пригороде Мельбурна ($\varphi = -38^\circ$), наблюдал интересную череду астрономических событий: вечером, во время заката Солнца, наблюдался восход Луны, в середине астрономической ночи произошло полутеневое лунное затмение, а утром он одновременно наблюдал закат Луны и восход Солнца. Какой край диска Луны был глубже погружен в земную полутень? Свой ответ поясните. Сделайте рисунок взаимного расположения лунного диска и земной тени в указанные моменты.

Решение. 1. Как известно, Луна достаточно быстро (с угловой скоростью $-\omega_\zeta = 360^\circ/T_\zeta = 0.55^\circ/\text{час}$, где T_ζ – сидерический период обращения системы «Земля-Луна» вокруг общего центра масс) движется по небосводу с запада на восток, навстречу суточному движению неба. Небесная сфера вместе со всеми объектами глубокого космоса движется с востока на запад с угловой скоростью $\omega_\oplus = 360^\circ/T_\oplus = 15^\circ/\text{час}$, где $T_\oplus$ – сидерический период вращения Земли вокруг своей оси. Поэтому видимое перемещение Луны по небосводу происходило с несколько меньшей скоростью, чем движение других объектов, в том числе земной тени и полутени.

2. Согласно условию задачи, восход Луны произошел во время заката Солнца, следовательно вместе с восходом полутени Земли, а закат Луны – одновременно с восходом Солнца, а следовательно в момент заката земной полутени. Поскольку Луна и полутень располагались над горизонтом одинаковое количество времени, а видимая скорость Луны меньше скорости полутени, следовательно видимая часть суточной параллели земной полутени меньше видимой части параллели, которую описала Луна над горизонтом.

3. Поскольку все события произошли в южном полушарии, Луна имела большее склонение, нежели центр полутени (см. рис. 1). Это, в свою очередь, означает, что во время затмения, в середине астрономической ночи, Луна глубже всего погрузилась в полутень своим южным краем.

Ответ: в середине астрономической ночи Луна глубже всего погрузилась в полутень своим южным краем; см. рис. 1.

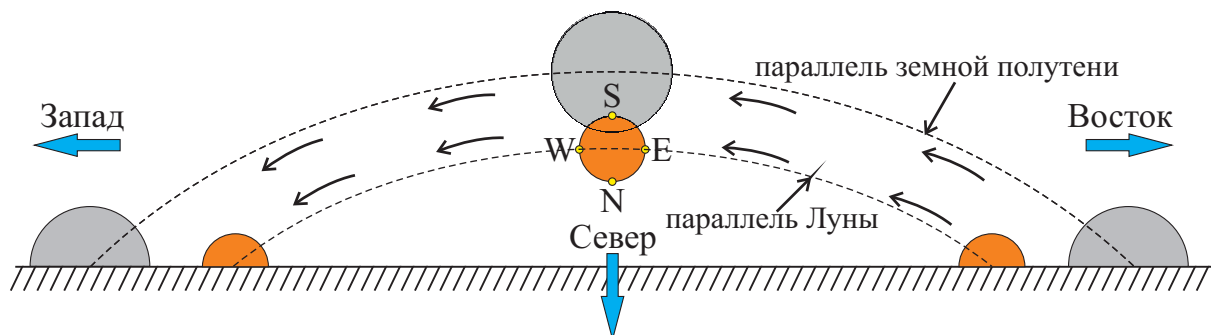


Рис. 1. К определению суточных параллелей Луны и земной полутени.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Обоснование факта, согласно которому Луна имеет меньшую скорость видимого суточного движения, нежели другие объекты далекого космоса	2
Обоснование равенства времен нахождения Луны и земной полутени над горизонтом	2

Рекомендации для жюри (продолжение).

Выполненная часть решения задачи	Балл
Обоснование факта, согласно которому видимая часть суточной параллели Луны меньше видимой части суточной параллели земной полутени, а склонение Луны больше склонения земной полутени	2
Корректное определение края видимого диска Луны, погруженного в земную полутень	2

№ 4. «Девайс для съемки туманностей»

Условие. Астроном-любитель, желая снять эмиссионную туманность Калифорния (угловые размеры которой – $160' \times 40'$), решил собрать необычный девайс – он состыковал с помощью специального переходника фотообъектив с фокусным расстоянием $f = 85$ мм с астрокамерой, имеющей прямоугольную матрицу, размеры которой 4.8×3.6 мм. Определите угловые размеры поля зрения такого девайса. Чему равен телесный угол, соответствующий данному полю? Сможет ли полностью поместиться в один кадр такого девайса эта туманность?

Решение. 1. Рассмотрим оптическую схему "объектив-фотокамера" (см. рис. 2). Здесь [1] – объект фотообзора, определяющий максимальную угловую высоту h , которую еще может запечатлеть матрица [3]; [2] – объектив, в фокусе которого расположена матрица (в случае наблюдения небесного тела). Очевидно, что максимальная угловая высота $h = 2\alpha$, причем из $\triangle OAC$ следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB/2}{f} = \frac{b}{2f}, \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left[\frac{b}{2f} \right], (4)$$

здесь и далее $a = 4.8$ мм, $b = 3.6$ мм – линейные размеры матрицы камеры. В итоге угловая высота кадра есть

$$h = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{b}{2f} \right] = 2.4^\circ. (5)$$

Аналогично рассуждая, можно рассчитать угловую ширину кадра ℓ и угловую длину d диагонали кадра:

$$\ell = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{a}{2f} \right] = 3.2^\circ, \quad d = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2f} \right] = 4.0^\circ. (6)$$

Последняя величина определяет угловой диаметр поля зрения камеры с данным объективом.

2. Очевидно, что угловые размеры $\ell \times h = 192' \times 144'$ поля зрения данного девайса больше угловых размеров эмиссионной туманности Калифорния, следовательно последняя сможет полностью поместиться в один кадр такого девайса.

3. Для определения телесного угла рассмотрим рис. 3. Здесь $ABCD$ – прямоугольник, определяющий границы поля зрения камеры на расстоянии $OF = r$ от последней. Телесный угол Ω поля зрения камеры можно (приближенно) определить так

$$\Omega \approx \frac{S_{ABCD}}{r^2}, (7)$$

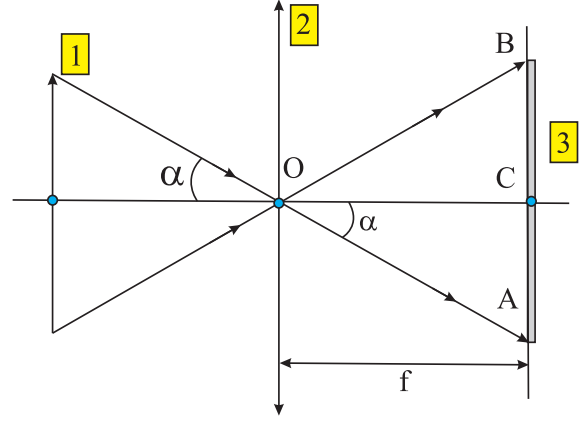


Рис. 2. К определению оптической схемы "объектив-фотокамера".

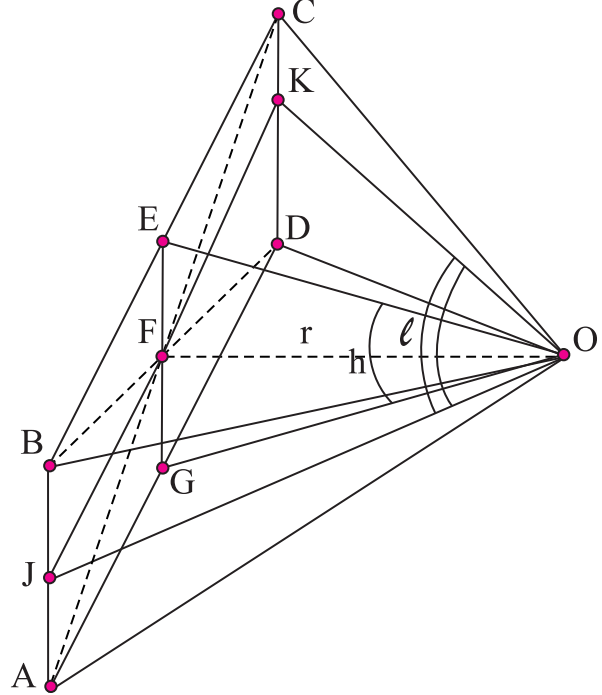


Рис. 3. К определению телесного угла Ω .

здесь S_{ABCD} – площадь данного прямоугольника, которую можно записать так

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = EG \cdot JK = \left(2r \cdot \operatorname{tg} \frac{h}{2}\right) \left(2r \cdot \operatorname{tg} \frac{\ell}{2}\right) = 4r^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{h}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\ell}{2}, \quad (8)$$

здесь учтено, что

$$EG = 2EF = 2r \operatorname{tg} \frac{h}{2}, \quad JK = 2JF = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{\ell}{2}.$$

Из выражений (7) и (8) следует, что

$$\Omega = 4 \operatorname{tg} \left(\frac{h}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\ell}{2}\right) \approx 4 \sin \left(\frac{h}{2}\right) \cdot \sin \left(\frac{\ell}{2}\right). \quad (9)$$

Последний результат является приближенным и, справедлив в случае малых значений углов $\frac{h}{2}$ и $\frac{\ell}{2}$. Точная формула для данного телесного угла должна быть записана так (вывод последней очень сложен и приводится лишь для полноты картины задачи)

$$\Omega = 4 \arcsin \left[\sin \left(\frac{h}{2}\right) \cdot \sin \left(\frac{\ell}{2}\right) \right]. \quad (10)$$

Однако, в силу малости углов $\frac{h}{2}$ и $\frac{\ell}{2}$ выражения (9), (10) дают одинаковые значения $\Omega = 2.34 \cdot 10^{-3}$ срад = 7.68 кв. град.

Ответ: к задаче представляется выражениями (5), (6) и (9); $\Omega = 2.34 \cdot 10^{-3}$ срад = 7.68 кв. град; сможет.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Определены угловые размеры (h и ℓ) поля зрения астрономического девайса	3
Дано верное заключение о возможности размещения туманности в пределах одного кадра	1
Корректный вывод формулы для телесного угла поля зрения девайса + его численный расчет	3 + 1

№ 5. «Вовка из тридевятого царства на МКС»

Условие. Знаменитый Вовка из тридевятого царства отправился на Международную космическую станцию (МКС) в качестве космического туриста. Желая создать свою собственную сеть наноспутников, Вовка, решил самовольно запустить четыре наноспутника собственной сборки с помощью пневматической пушки с борта станции. Запуск был выполнен в четырех различных направлениях, со скоростью $V_0 = 50$ м/с относительно МКС: 1-ый – по направлению движения МКС, 2-ой – против направления движения МКС. В направлении, перпендикулярном плоскости орбиты, в северную полусферу небосвода был запущен 3-ий спутник, а 4-ый – перпендикулярно плоскости орбиты, в южную полусферу. Физику и астрономию Вовка в школе, как известно, толком не учил, и потому не догадывался, что создал серьезную опасность столкновения МКС и запущенных спутников. Какой(ие) из запущенных спутников представляе(ю)т опасность столкновения с МКС спустя один ее полный оборот? Какой(ие) из запущенных спутников такой опасности не представляе(ю)т? Сближение с МКС следует считать опасным, если расстояние между МКС и наноспутником меньше 5 км. Дайте развернутый ответ, подкрепив их математическими выкладками. Орбиту МКС считать круговой, высота которой $h = 415$ км.

Решение. 1. Очевидно, что радиус орбиты МКС составляет величину $a_0 = \mathfrak{R}_{\oplus} + h = 6786$ км, где $\mathfrak{R}_{\oplus}$ – средний радиус Земли. Следовательно орбитальная скорость МКС составляет

$$V_0 = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\oplus}}{a_0}} = 7.665 \text{ км/с}, \quad (11)$$

здесь G – универсальная гравитационная постоянная, $\mathfrak{M}_{\oplus}$ – масса Земли.

2. Рассмотрим подробно движение первого спутника. Поскольку его запустили по направлению движения станции, то его геоцентрическая скорость на расстоянии a_0 стала больше круговой и составляла

$$V_1 = V_0 + \delta V = 7.715 \text{ км/с}, \quad (12)$$

при этом была ориентирована перпендикулярно направлению на центр Земли. Значит 1-ый наноспутник должен начать двигаться по эллиптической орбите с большой полуосью a_1 и эксцентриситетом ε_1 , при этом точка его запуска стала перигеем его орбиты. Следовательно его скорость в точке запуска можно записать иначе

$$V_1 = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\oplus}}{a_1} \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1}} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\oplus}}{a_0} (1 + \varepsilon_1)} = V_0 \sqrt{1 + \varepsilon_1} \approx V_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{2}\right). \quad (13)$$

При записи последнего выражения было учтено, что малое приращение δV орбитальной скорости должно повлечь за собой малое изменение круговой орбиты. Следовательно орбита 1-ого спутника должна быть слабо сплюснутым эллипсом, а эксцентриситет ε_1 его орбиты должен быть малой величиной, для которой выполняется биномиальное приближение вида: $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$, когда $x \ll 1$. Из сопоставления результатов (12) и (13) следует, что

$$\varepsilon_1 = \frac{2\delta V}{V_0} = 0.013, \Rightarrow a_0 = a_1(1 - \varepsilon_1), \Rightarrow a_1 = \frac{a_0}{(1 - \varepsilon_1)} \approx a_0(1 + \varepsilon_1).$$

С использованием третьего закона Кеплера можно определить сидерический период обращения 1-ого наноспутника вокруг Земли:

$$\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^3, \Rightarrow T_1 = T_0 \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{3/2} \approx T_0 \left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon_1\right), \text{ где } T_0 = \frac{2\pi a_0}{V_0} = 5563 \text{ с},$$

здесь T_0 – сидерический период обращения МКС вокруг центра Земли. Следовательно период 1-го спутника больше периода обращения МКС на величину $\Delta T_1 = T_1 - T_0 = \frac{3}{2}\varepsilon_1 T_0 = 3\delta V T_0/V_0 = 72 \text{ с}$. Значит через время T_0 , когда МКС вновь окажется в точке запуска спутников, 1-ому спутнику до своего перигея придется двигаться еще время ΔT_1 . В силу близости его орбиты к круговой, расстояние от 1-го спутника до МКС можно оценить по формуле: $S_1 \approx V_1 \Delta T_1 \approx 3\delta V T_0 = 834 \text{ км}$, что много больше $\Delta r = 5 \text{ км}$, поэтому данный спутник не представляет угрозы столкновения для МКС в указанный момент.

3. В случае второго спутника имеем стартовую геоцентрическую скорость вида:

$$V_2 = V_0 - \delta V = 7.615 \text{ км/с}.$$

При этом, как и в случае 1-го спутника, начальная скорость в момент старта была меньше круговой скорости и ориентирована перпендикулярно направлению на Землю, значит точка старта – это апогей орбиты данного спутника. Можно легко показать (по аналогии с 1-ым спутником), что эксцентриситет ε_2 , большая полуось a_2 орбиты и сидерический период обращения 2-го спутника будут

$$\varepsilon_2 = \frac{2\delta V}{V_0} = 0.013, \quad a_2 \approx a_0(1 - \varepsilon_2), \quad T_2 \approx T_0 \left(1 - \frac{3}{2}\varepsilon_2\right).$$

Следовательно период 2-го спутника меньше периода обращения МКС на величину $\Delta T_2 = T_0 - T_2 = \frac{3}{2}\varepsilon_2 T_0 = 3\delta V T_0/V_0 = 72 \text{ с}$. Следовательно через время T_0 , когда МКС вновь окажется в точке запуска спутников, 2-ой спутник уже пройдет свой апогей раньше на ΔT_1 . В силу близости его орбиты к круговой, расстояние от 2-го спутника до МКС можно оценить по формуле: $S_2 \approx V_2 \Delta T_2 \approx 3\delta V T_0 = 834 \text{ км}$, что много больше Δr , поэтому данный спутник также не представляет угрозы столкновения для МКС в указанный момент.

4. Рассмотрим движение 3-го и 4-го спутников. В момент старта их геоцентрическая скорость составит

$$V_3 = V_4 = \sqrt{V_0^2 + \delta V^2} \approx V_0 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta V}{V_0}\right)^2\right) \approx 7.665 \text{ км/с}.$$

Как и в случае 1-го спутника, точка старта для 3-го и 4-го спутников является перигеями их орбит, причем начальная скорость отличается на очень малую величину от круговой скорости МКС. Значит и их орбиты есть слабо сплюснутые эллипсы с малыми эксцентриситетами. Из сравнения выражений (13) и (14) следует, что эксцентриситеты их орбит будут одинаковы и равны

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \left(\frac{\delta V}{V_0} \right)^2 = 4.26 \cdot 10^{-5}.$$

Далее все рассуждения аналогичны случаю 1-го спутника. В результате можно оценить расстояние от данных наноспутников до МКС через время T_0 : $S_3 = S_4 \approx V_0 \cdot \frac{3}{2} \varepsilon_3 T_0 = \frac{3}{2} (\delta V_0 T_0) (\delta V / V_0) = 2.72$ км, что меньше величины Δr . Значит 3-й и 4-й спутники представляют опасность столкновения с МКС спустя один ее полный оборот. При этом возможное столкновение следует ожидать со стороны, противоположной направлению запуска спутника.

Ответ: 3-й и 4-й спутники представляют опасность столкновения с МКС спустя один ее полный оборот, остальные спутники такой опасности не представляют.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Выполнено расчет радиуса круговой орбиты и скорости МКС	2
Оценка расстояния от 1-го спутника до МКС спустя один ее оборот. Верное заключение об отсутствии опасности столкновения	2
Оценка расстояния от 2-го спутника до МКС спустя один ее оборот. Верное заключение об отсутствии опасности столкновения	2
Оценка расстояния от 3-го и 4-го спутника до МКС спустя один ее оборот. Верное заключение об опасности столкновения	2

№ 6. «Свойства Солнца на стадии красного гиганта»

Условие. Как показывают теоретические расчеты, через 7.5 млрд лет Солнце превратится в красного гиганта (КГ), что приведет к существенному увеличению его размеров и светимости. Масса Солнца на тот момент составит лишь $\alpha_{\odot} = 0.67$ от настоящего значения, за счет радиальных потерь вещества в виде солнечного ветра, а светимость и радиус увеличатся в $\beta_{\odot} = 2700$ и $\gamma_{\odot} = 256$ раз соответственно, относительно настоящих значений. Пренебрегая изменением момента импульса Солнца, и полагая, что оно будет ротационно устойчивым на стадии КГ, определите а) период вращения Солнца и линейную скорость на его экваторе, б) его среднюю массовую плотность, в) эффективную температуру его поверхности и г) индукцию магнитного поля у поверхности. Солнце на любой стадии следует считать однородным шаром. Настоящие значения осевого периода вращения Солнца и магнитной индукции у поверхности составляют 25 сут и 0.005 Тл соответственно.

Решение. 1. Воспользуемся законом сохранения момента импульса для тела Солнца:

$$\mathcal{I}_{\odot}^{(0)} \omega_{\odot}^{(0)} = \mathcal{I}_{\odot} \omega_{\odot}, \text{ или } \frac{2}{5} \mathcal{M}_{\odot}^{(0)} \mathcal{R}_{\odot}^{(0)2} \omega_{\odot}^{(0)} = \frac{2}{5} \mathcal{M}_{\odot} \mathcal{R}_{\odot}^2 \omega_{\odot}, \Rightarrow \frac{\mathcal{M}_{\odot}^{(0)} \mathcal{R}_{\odot}^{(0)2}}{P_{\odot}^{(0)}} = \frac{\alpha_{\odot} \mathcal{M}_{\odot}^{(0)} \mathcal{R}_{\odot}^2}{P_{\odot}}, \quad (14)$$

где $\omega_{\odot}$, $P_{\odot}$, $\mathcal{R}_{\odot}$, $\mathcal{M}_{\odot}$ – угловая скорость, сидерический период вращения, радиус и масса Солнца на стадии красного гиганта соответственно. Индексом «0» здесь обозначены все параметры, отвечающие настоящему времени. Здесь также учтено, что $\mathcal{I}_{\odot} = \frac{2}{5} \mathcal{M}_{\odot} \mathcal{R}_{\odot}^2$ – момент инерции Солнца – однородного шара.

Из уравнения (14) следуют явные выражения для периода вращения и соответствующего значения линейной экваториальной скорости Солнца на стадии КГ:

$$P_{\odot} = P_{\odot}^{(0)} \alpha_{\odot} \left(\frac{\mathcal{R}_{\odot}}{\mathcal{R}_{\odot}^{(0)}} \right)^2 = P_{\odot}^{(0)} \alpha_{\odot} \gamma_{\odot}^2 = 3005 \text{ лет}, \quad V_{\text{eq}} = \frac{2\pi \mathcal{R}_{\odot}}{P_{\odot}} = 12 \text{ м/с}. \quad (15)$$

2. Очевидно, средняя массовая плотность Солнца при таком значении радиуса будет ничтож-

но малой:

$$\rho_{\odot} = \frac{\mathfrak{M}_{\odot}}{\frac{4}{3}\pi \mathfrak{R}_{\odot}^3} = \frac{\alpha_{\odot}}{\gamma_{\odot}^3} \rho_{\odot}^{(0)} = 5.64 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}^3, \text{ где } \rho_{\odot}^{(0)} = \frac{\mathfrak{M}_{\odot}^{(0)}}{\frac{4}{3}\pi \mathfrak{R}_{\odot}^{(0)3}} = 1410 \text{ кг/м}^3. \quad (16)$$

3. Эффективную температуру поверхности Солнца на стадии красного гиганта оценим с использованием формулы вида:

$$L_{\odot} = \beta_{\odot} L_{\odot}^{(0)} = 4\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2 \sigma T_{\text{eff}}^4, \Rightarrow T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}^{(0)} \sqrt[4]{\frac{\beta_{\odot}}{\gamma_{\odot}^2}} = 2600 \text{ К}, \text{ где } T_{\text{eff}}^{(0)} = \sqrt[4]{\frac{L_{\odot}^{(0)}}{4\pi \mathfrak{R}_{\odot}^{(0)2} \sigma}} = 5773 \text{ К}. \quad (17)$$

4. Для замкнутой системы (Солнца) с пренебрежимо малым сопротивлением выполняется закон сохранения потока магнитного поля:

$$\Phi_m^{(0)} = \Phi_m, \Rightarrow k B_{\odot}^{(0)} \mathfrak{R}_{\odot}^{(0)2} = k B_{\odot} \mathfrak{R}_{\odot}^2, \Rightarrow B_{\odot} = B_{\odot}^{(0)} \left(\frac{\mathfrak{R}_{\odot}^{(0)}}{\mathfrak{R}_{\odot}} \right)^2 = \frac{B_{\odot}^{(0)}}{\gamma_{\odot}^2} = 7.63 \cdot 10^{-8} \text{ Тл}. \quad (18)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (15)-(18).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Получены явные аналитические выражения и численные значения для периода и линейной экваториальной скорости Солнца на стадии КГ	2
Выполнен правильный расчет средней массовой плотности Солнца	2
Вычислена эффективная температура поверхности Солнца	2
Определена индукция у поверхности Солнца на стадии КГ	2

На решение задач муниципального этапа олимпиады по астрономии школьникам отводится 4 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут

- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альбедо – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

Дополнительные справочные данные

§9. Освещенность, создаваемая звездой с видимой звездной величиной $m = 0^{\text{m}}$

$$E_0 = 2.48 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2.$$